Regelungstechnikpraktikum

Versuch 1

Wolfgang Eick
Roland Hamm
Heiko Halberstadt
Dominik Erdmann

14.12.2004

Aufgabe 1

$$h(t) \quad \circ\!\!-\!\!\bullet \quad H(s) = G_S(s)\,\mathscr{L}\{\sigma(t)\} = \mathrm{e}^{-sT_T}\,\frac{K}{1+sT}\,\frac{1}{s} = K \cdot \mathrm{e}^{-sT_T}\left(\frac{r_1}{s} + \frac{r_2}{1+sT}\right)$$

$$r_1 = 1$$

$$r_2 = -T$$

$$h(t) \quad = \quad K\left[1 - \mathrm{e}^{-(t-T_T)/T}\right]\sigma(t-T_T)$$

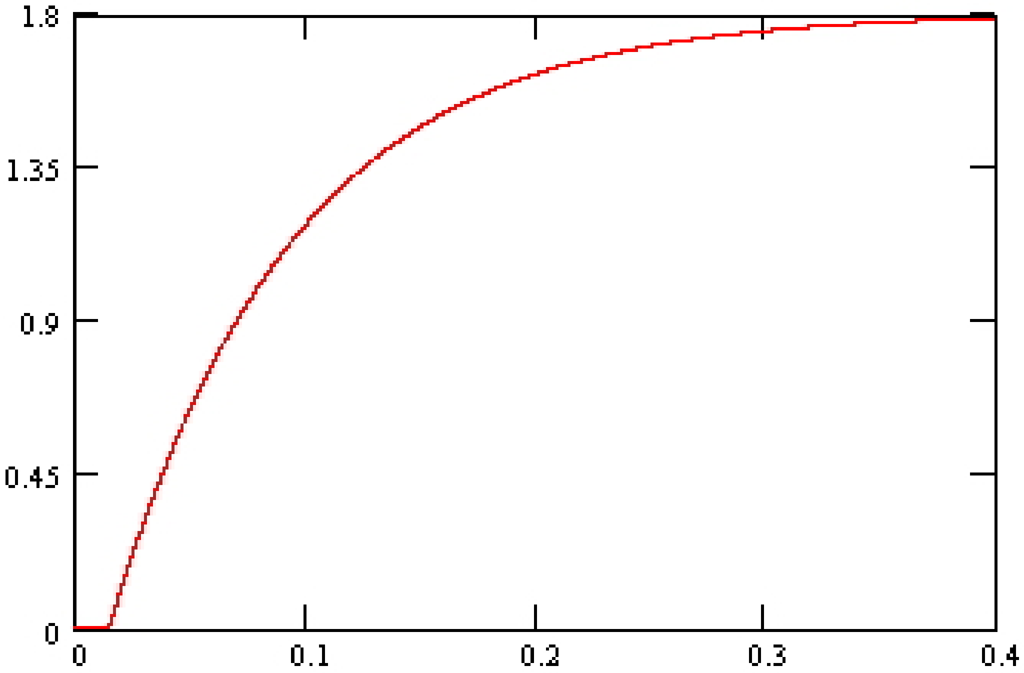

Abbildung: $h(t)$

Aufgabe 2

$$G_S(s) = \mathrm{e}^{-sT_T}\frac{K}{1+sT}$$

$$\begin{aligned}
G_S(\mathrm{j}\omega) &= \frac{K}{1+\mathrm{j}\omega T}\cdot \mathrm{e}^{-\mathrm{j}\omega T_T} = \frac{K}{|1+\mathrm{j}\omega T|}\cdot \mathrm{e}^{-\mathrm{j}\,\arg(1+\mathrm{j}\omega T)}\cdot \mathrm{e}^{-\mathrm{j}\omega T_T} = \\
&= \frac{K}{\sqrt{1+(\omega T)^2}}\cdot \mathrm{e}^{-\mathrm{j}\,\arctan(\omega T)-\mathrm{j}\omega T_T} = \\
&= \frac{K}{\sqrt{1+(\omega T)^2}}\cdot \left[\cos\left(\arctan(\omega T)+\omega T_T\right)-\mathrm{j}\cdot\sin\left(\arctan(\omega T)+\omega T_T\right)\right]
\end{aligned}$$

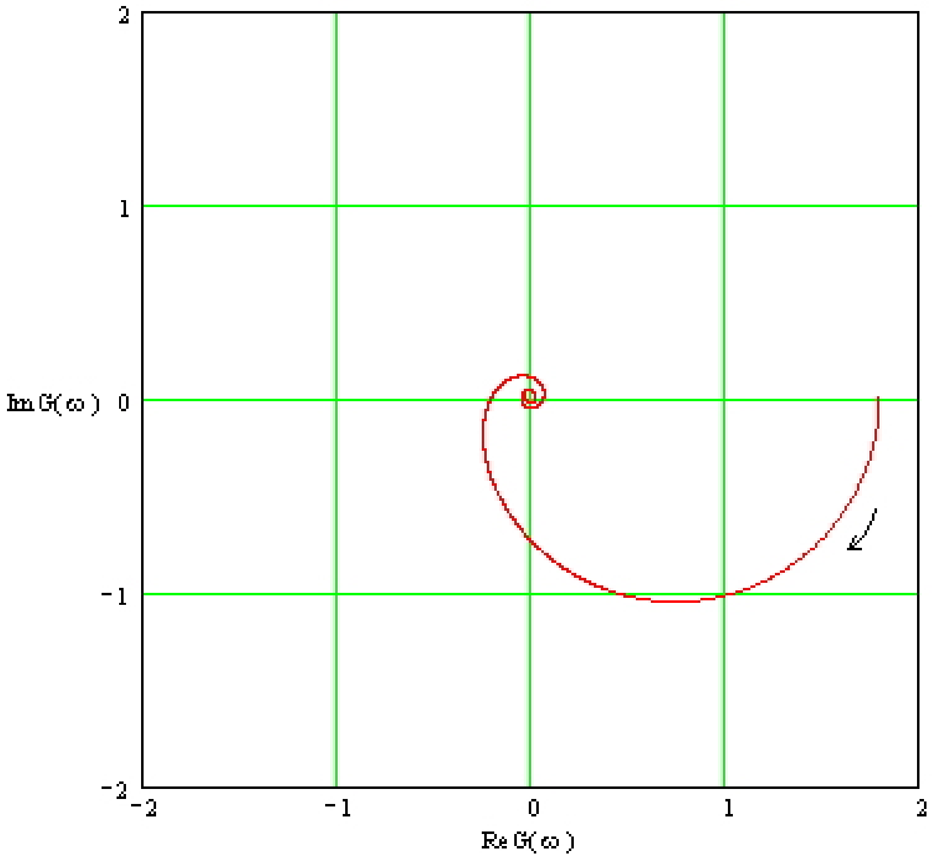

Abbildung: $G_S(\mathrm{j}\omega)$

Aufgabe 3

t_0 : Reaktion der Regelstrecke auf einen Sprung. Hier $t = 0$

t_1 : 1. Maximum der Regelgröße

t_2 : 1. Minimum der Regelgröße

$t_1 - T_T$: Regelgröße gleich Führungsgröße $\Rightarrow$ Sprung der Stellgröße

$t_2 - T_T$: Regelgr. gleich Führungsgr. beim Fallen $\Rightarrow$ erneuter Sprung der Stellgr.

T_P : Periodendauer

$t \leq t_0$:

$$y(t) = 0$$

$0 \leq t \leq t_1$:

$$\begin{aligned}
y(t) &= K\left[1 - \mathrm{e}^{-t/T}\right] \\
y(t_1 - T_T) &= K\left[1 - \mathrm{e}^{-(t_1 - T_T)/T}\right] \stackrel{!}{=} w_0 \\
&\Rightarrow \quad \mathrm{e}^{-(t_1 - T_T)/T} = 1 - \frac{w_0}{K} \\
&\Rightarrow \quad -\frac{t_1}{T} + \frac{T_T}{T} = \ln\left(1 - \frac{w_0}{K}\right) \\
&\Rightarrow \quad \frac{t_1}{T} = \frac{T_T}{T} - \ln\left(1 - \frac{w_0}{K}\right) \\
y_1 = y(t_1) &= K\left[1 - \mathrm{e}^{-\left(\frac{T_T}{T} - \ln\left(1 - \frac{w_0}{K}\right)\right)}\right] = K\left[1 - \left(1 - \frac{w_0}{K}\right)\mathrm{e}^{-T_T/T}\right] = \underline{\underline{1,3026}}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
y(t_2 - T_P) &= K\left[1 - \mathrm{e}^{-(t_2 - T_P)/T}\right] \stackrel{!}{=} y_2 \\
&\Rightarrow \quad \mathrm{e}^{-(t_2 - T_P)/T} = 1 - \frac{y_2}{K} \\
&\Rightarrow \quad \frac{T_P}{T} = \frac{t_2}{T} + \ln\left(1 - \frac{y_2}{K}\right) \qquad \text{hier:} \quad t_2 \text{ und } y_2 \text{ noch unbekannt}
\end{aligned}$$

Aufgabe 3 (Fortsetzung)

$t_1 \leq t \leq t_2$:

$$\begin{aligned}
y(t) &= y_1 \cdot \mathrm{e}^{-(t-t_1)/T} = K\left[1-\left(1-\frac{w_0}{K}\right)\mathrm{e}^{-T_T/T}\right]\cdot \mathrm{e}^{t_1/T}\cdot \mathrm{e}^{-t/T} = \\
&= K\left[1-\left(1-\frac{w_0}{K}\right)\mathrm{e}^{-T_T/T}\right]\mathrm{e}^{T_T/T}\frac{1}{1-\frac{w_0}{K}}\,\mathrm{e}^{-t/T} = \\
&= \left[\frac{K}{K-w_0}\,\mathrm{e}^{T_T/T}-1\right]K\,\mathrm{e}^{-t/T} \\
y(t_2-T_T) &= y_1 \cdot \mathrm{e}^{-(t_2-T_T-t_1)/T} \stackrel{!}{=} w_0 \\
&\Rightarrow \quad \frac{t_2}{T} = \frac{T_T}{T}+\frac{t_1}{T}+\ln\frac{y_1}{w_0} \\
y_2 = y(t_2) &= y_1\cdot \mathrm{e}^{-\left(\ln\frac{y_1}{w_0}+(T_T+t_1-t_1)/T\right)} = w_0\cdot \mathrm{e}^{-T_T/T} = \underline{\underline{0,995}}
\end{aligned}$$

Berechnen der Periodendauer:

$$\begin{aligned}
\frac{T_P}{T} &= \frac{t_2}{T}+\ln\left(1-\frac{y_2}{K}\right) = \frac{T_T}{T}+\frac{t_1}{T}+\ln\frac{y_1}{w_0}+\ln\left(1-\frac{y_2}{K}\right) = \\
&= \frac{T_T}{T}+\frac{T_T}{T}-\ln\left(1-\frac{w_0}{K}\right)+\ln\frac{y_1}{w_0}+\ln\left(1-\frac{y_2}{K}\right) \\
&\Rightarrow \\
T_P &= 2\,T_T + T\cdot\left[\ln\frac{y_1}{w_0}+\ln\left(1-\frac{y_2}{K}\right)-\ln\left(1-\frac{w_0}{K}\right)\right] = \underline{\underline{60,09\,\mathrm{msec}}}
\end{aligned}$$

Aufgabe 4

Kreisübertragungsfunktion

$$G_0(s) = G_0(s) = G_R(s)\, G_S(s)$$
$$G_R(s) = \begin{cases} K_R & , \quad P \text{ - Regler} \\ K_R \frac{1+sT}{sT} & , \quad PI \text{ - Regler mit } K_P = K_I = K_R \end{cases}$$
$$G_S(s) = \mathrm{e}^{-sT_T} \frac{K_S}{1+sT}$$

Führungsübertragungsfunktion für einen P - Regler

$$\begin{aligned} G_W(s) &= \frac{G_0(s)}{1+G_0(s)} = \frac{G_R(s)\, G_S(s)}{1+G_R(s)\, G_S(s)} = \\ &= \frac{K_R \cdot \mathrm{e}^{-sT_T} \frac{K_S}{1+sT}}{1+K_R\, \mathrm{e}^{-sT_T} \cdot \frac{K_S}{1+sT}} = && \Big| \cdot \frac{1+sT}{1+sT} \\ &= \frac{K_R\, K_S \cdot \mathrm{e}^{-sT_T}}{1+sT+K_R\, K_S \cdot \mathrm{e}^{-sT_T}} \end{aligned}$$

Störübertragungsfunktion für einen P - Regler

$$\begin{aligned} G_V(s) &= \frac{1}{1+G_0(s)} = \frac{1}{1+G_R(s)\, G_S(s)} = \\ &= \frac{1}{1+K_R \cdot \mathrm{e}^{-sT_T} \frac{K_S}{1+sT}} = && \Big| \cdot \frac{1+sT}{1+sT} \\ &= \frac{1+sT}{1+sT+K_R\, K_S \cdot \mathrm{e}^{-sT_T}} \end{aligned}$$

Führungsübertragungsfunktion für einen PI - Regler

$$\begin{aligned} G_W(s) &= \frac{G_0(s)}{1+G_0(s)} = \frac{G_R(s)\, G_S(s)}{1+G_R(s)\, G_S(s)} = \\ &= \frac{K_R \frac{1+sT}{sT} \cdot \mathrm{e}^{-sT_T} \frac{K_S}{1+sT}}{1+K_R \frac{1+sT}{sT}\, \mathrm{e}^{-sT_T} \cdot \frac{K_S}{1+sT}} = && \Big| \cdot \frac{sT}{sT} \\ &= \frac{K_R\, K_S \cdot \mathrm{e}^{-sT_T}}{sT+K_R\, K_S \cdot \mathrm{e}^{-sT_T}} \end{aligned}$$

Störübertragungsfunktion für einen PI - Regler

$$\begin{aligned} G_V(s) &= \frac{1}{1+G_0(s)} = \frac{1}{1+G_R(s)\, G_S(s)} = \\ &= \frac{1}{1+K_R \frac{1+sT}{sT} \cdot \mathrm{e}^{-sT_T} \frac{K_S}{1+sT}} = && \Big| \cdot \frac{sT}{sT} \\ &= \frac{sT}{sT+K_R\, K_S \cdot \mathrm{e}^{-sT_T}} \end{aligned}$$

Aufgabe 5

Führungsübergangsfunktion für einen P - Regler

$$\lim_{t\to\infty} h_W(t) = \lim_{s\to 0} s\, H_W(s) = \lim_{s\to 0} s\,\frac{1}{s}\, G_W(s) = \lim_{s\to 0} \frac{K_R\, K_S \cdot \mathrm{e}^{-sT_T}}{1 + sT + K_R\, K_S \cdot \mathrm{e}^{-sT_T}} =$$
$$= \frac{K_R\, K_S}{1 + K_R\, K_S}$$

Störübergangsfunktion für einen P - Regler

$$\lim_{t\to\infty} h_V(t) = \lim_{t\to\infty} [\sigma(t) - h_W(t)] = 1 - \lim_{t\to\infty} h_W(t) = 1 - \frac{K_R\, K_S}{1 + K_R\, K_S} = \frac{1}{1 + K_R\, K_S}$$

Führungsübergangsfunktion für einen PI - Regler

$$\lim_{t\to\infty} h_W(t) = \lim_{s\to 0} s\, H_W(s) = \lim_{s\to 0} s\,\frac{1}{s}\, G_W(s) = \lim_{s\to 0} \frac{K_R\, K_S \cdot \mathrm{e}^{-sT_T}}{sT + K_R\, K_S \cdot \mathrm{e}^{-sT_T}} = 1$$

Störübergangsfunktion für einen PI - Regler

$$\lim_{t\to\infty} h_V(t) = \lim_{t\to\infty} [\sigma(t) - h_W(t)] = 1 - \lim_{t\to\infty} h_W(t) = 1 - 1 = 0$$